فصلنامه رویکردهای نوین در تحقیقات علوم پایه، فنی و مهندسی

سال سوم، شماره ۱۱،زمستان ۱۳۹۹

ISSN: ۲٦٤٥-٥٤۳۹

www.jonarbset.ir

مسیریابی مسائل ترانسپورتی با روش وریانس

پوهندوی عبدالرازق رؤفی[۱] ، محمد حسین محمدی [۲]

[۱] استاد دانشکده ساینس دانشگاه بلخ(نویسنده مسئول)

[۲] استاد دانشکده اقتصاد موسسه تحصیلات عالی خصوصی تاج

چکیده

در مباحث مربوط به تحقیق عملیات، یک فرآیند که در پروگرامینگ خطی شناخته شده است، مسائل ترانسپورتی می باشد. اخیراً، روشهای اوسط و روشهای گوشهٔ شمال غرب، روش کمترین هزینه، روش تخمینی ووگل، روش تفاوت از انحراف معیاری و Stepping-stone در دریافت حل مسائل ترانسپورتی استفاده شده اند. بعضی از این روشها، حل محسوس اساسی اولیه (IBFS)و حتی حل بهینه را برای مسئله ترانسپورتی در اختیار قرار می دهند. در مطالعه انجام شده، روش پیشنهادی وریانس برای حل مدل با دیگر روشهای فوق الذکر مقایسه شده و نمایش گرافیکی مقایسوی این روشها نیز مورد ارزیابی قرار گرفته شده اند.

واژه‌های کلیدی: مسئله ترانسپورتی، روش پیشنهادی وریانس، جدول تخصص یافته، حل محسوس اساسی اولیه

مقدمه:

مدل ترانسپورتی یکی از حالت های خاص پروگرامینگ خطی می باشد که بیشتر در هماهنگ سازی مدیریتی مورد استفاده می باشد. هدف از حل مسئله ترانسپورتی، دریافت کمترین هزینۀ احتمالی است طوریکه تقاضای هر مقصد را نسبت به منبع، برآورده سازد. مسئله ترانسپورتی در صنعت، شبکه های ارتباطی، پلانریزی، جدول بندی ترانسپورتی و حتی در کارگزینی مورد استفاده قرار می گیرد. محققین بیساری در راستای دریافت حل محسوس اساسی اولیه اقدام نموده اند. حل احتمالی اساسی اولیه با استفاده از روشهای نقاط گوشۀ شمال غرب، روش کمترین هزینه و روش تخمینی ووگل، محاسبه شده می تواند. از بین این روشها، روش ووگل بهترین حل اساسی اولیه را پیشنهاد می کند که اساس کار برای روش stepping stone بحساب می رود. روش stepping stone حل بهینه مدل ترانسپورتی را در اختیار قرار می هد. دیپتی یاداو، راهول بوواد، راوندرا سینگ و یوگندرا کومار، نیز حل مدل ترانسپورتی با میتودهای اوسط را بشکل مقایسوی مورد تحلیل قرار داده اند. اگر چه جی راوی، اس دیکسون ، آر اکیلا و کی ساتیا روش DFSD را با استفاده از معیار پراکندگی انحراف معیاری مورد مطالعه قرار داده است ولی در روش پیشنهادی وریانس، از معیار پراکندگی برای دریافت حل محسوس اساسی اولیه و حل بهینه، استفاده بعمل آمده است.

روش شناسی تحقیق:

در یک مدل ترانسپورتی، پلانی که کمترین هزینه را برای انتقال یک محصول از m منبع به m مقصد، روی دست می گیرد؛ بحث می کند. فرض کنید که تعداد واحد های عرضه S_i و تعداد واحدهای تقاضا D_j باشد. بنابراین واحد هزینه C_{ij} می باشد. ما بدنبال دریافت قیمت تابع هدف هستیم طوریکه هزینه ترانسپورتی آن کمترین باشد.

تابع هدف عبارت است از:

$$Minimize \quad z = \sum_{i=۱}^{m} c_{ij} \sum_{j=۱}^{n} x_{ij}$$

نظر به قیودات

$$\sum_{i=۱}^{m} x_{ij} = S_i$$

$$\sum_{i=۱}^{m} c_{ij} = D_j$$

طوریکه x_{ij} تعداد واحد های منتقل شده از منبع i به مقصد j می باشد و $x_{ij} \geq ۰$.

مدل ترانسپورتی می تواند به دو صنف، گروپ بندی شود: مسئله ترانسپورتی متعادل، و مسئله ترانسپورتی نامتعادل. اگر تعداد مجموعی عرضه با تعداد مجموعی تقاضا برابر باشد، مسئله را بنام مسئله ترانسپورتی متعادل یاد می کنند یعنی $\sum_{i=1}^{m} S_i = \sum_{j=1}^{n} D_j$. در غیر اینصورتف مسئله ترانسپورتی نامتعادل یاد می شود، یعنی $\sum_{i=1}^{m} S_i \neq \sum_{j=1}^{n} D_j$.

مسئلهٔ ترانسپورتی با روشهای موجوده:

الگوریتم های قدیمی و شناخته شدهٔ امروزی که در اکثر مسائل ترانسپورتی استفاده می شود. روش نقاط گوشهٔ شمال غرب، روش کمترین هزینه و روش تخمینی ووگل می باشند که همیشه حل محسوس اساسی اولیه را نتیجه می دهند.

روش پیشنهادی جدید برای مسئله ترانسپورتی:

قبل از اینکه روش پیشنهادی را بیان نمائیم، اوسط حسابی را مدنظر می گیریم.

اوسط حسابی برابر است با مجموع قیمت های عددی هر یک از مشاهدات، تقسیم بر تعداد تمامی مشاهدات. این اوسط توسط فارمول ذیل محاسبه می گردد:

$$Arithmetic\ Mean = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}$$

و واریانس عبارت است از:

$$Variance = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

روش واریانس:

قدم اول: واریانس هر یک از سطرها و ستونها را بدست می آوریم.

قدم دوم: بیشترین قیمت بدست آمده واریانس از سطرها و ستونها را نشانی می نمائیم. اگر بیشترین قیمت مربوط به یک سطر باشد، در آن سطر کمترین قیمت هزینه را نشانی می کنیم یا مشابهاً اگر بیشترین قیمت مربوط به یک ستون باشد، در آن ستون کمترین قیمت هزینه را نشانی می کنیم.

قدم سوم: حجرهٔ اختصاص یافته را نظر اعظمی عرضه و تقاضا، باز نویسی می نمائیم و همچنین سطر یا ستون با عرضه یا تقاضای صفر را حذف می نمائیم.

قدم چهارم: قدم اول را برای سطرها و ستونهای باقیمانده، تکرار نمائید.

کاربرد (مثال عددی):

شرکت ترانسپورتی بام دنیا، ماشینهای غله جات را از ۳ سیلو به ۴ آسیاب انتقال می دهد. عرضه و تقاضا با هزینهٔ ترانسپورت در هر موتر در مسیر های متفاوت در شکل ذیل داده شده است. واحد هزینه ها بصورت چند صد دالر می باشند.

هزینهٔ اصغری این انتقال را بدست آورید.

مدل ترانسپورتی شرکت بام دنیا

	آسیاب ۱	آسیاب ۲	آسیاب ۳	آسیاب ۴	عرضه
سیلو ۱	۱۰ $x_{۱۱}$	۲ $x_{۱۲}$	۲۰ $x_{۱۳}$	۱۱ $x_{۱۴}$	۱۵
سیلو ۲	۱۲ $x_{۲۱}$	۷ $x_{۲۲}$	۹ $x_{۲۳}$	۲۰ $x_{۲۴}$	۲۵
سیلو ۳	۴ $x_{۳۱}$	۱۴ $x_{۳۲}$	۱۶ $x_{۳۳}$	۱۸ $x_{۳۴}$	۱۰
تقاضا	۵	۱۵	۱۵	۱۵	

دیده می شود که مسئله فوق از نوع مسئلهٔ ترانسپورتی متعادل می باشد. قیمت هزینه ترانسپورتی بدست آمده از روش نقاط گوشهٔ شمال غرب،

$$z = ۵(۱۰) + ۱۰(۲) + ۵(۷) + ۱۵(۹) + ۵(۲۰) + ۱۰(۱۸) = ۵۲۰\ \$$$

می باشد.

در حالیکه، قیمت هزینه ترانسپورت بدست آمده از روش کمترین هزینه،

$$z = ۱۵(۲) + ۰(۱۱) + ۱۵(۹) + ۱۰(۲۰) + ۵(۴) + ۵(۱۸) = ۴۷۵\ \$$$

می باشد.

قیمت هزینه ترانسپورت بدست آمده از روش تخمینی ووگل،

$$z = ۱۵(۲) + ۰(۱۱) + ۱۵(۹) + ۱۰(۲۰) + ۵(۴) + ۵(۱۸) = ۴۷۵\ \$$$

می باشد.

حل مسئله ترانسپورتی با استفاده از روش پیشنهادی وریانس:

قدم اول: وریانس برای هر سطر و ستون از جدول ترانسپورتی را محاسبه می نمائیم.

	D1	D2	D3	D4		عرضه	وریانس
S1	10	**2**	20	11		15	**40.6875**
S2	12	7	9	20		25	24.5
S3	4	14	16	18		10	29
تقاضا	5	15	15	15			
وریانس	11.55556	24.22222	20.66667	14.88889			

بیشترین قیمت در ستون و سطر وریانس متعلق به سطر S1 می باشد، در این سطر کمترین هزینه $\boxed{2}$ را نشانی می کنیم. بنابراین حجرهٔ (S1D2) حجرهٔ اختصاص یافته ما بوده و باید نظر به عرضه و تقاضا تنظیم گردد. کمترین قیمت عرضه و تقاضا، ۱۵ می باشد.

بهمین ترتیب با حذف ستون D2 از جدول فوق و تکرار مجدد قدم قبل، حجرهٔ اختصاص یافته (S3D1) را بدست می آوریم.

	D1	D2	D3	D4		عرضه	وریانس
S1	10	0	20	11		0	20.22222
S2	12	0	9	20		25	21.55556
S3	**4**	0	16	18		10	**38.22222**
تقاضا	5	0	15	15			
وریانس	11.55556	0	20.66667	14.88889			

بهمین ترتیب حجره های اختصاص یافته ذیل شکل می گیرند.

	D1	D2	D3	D4		عرضه	وریانس
S1	0	0	20	11		0	20.25
S2	0	0	**9**	20		25	**30.25**
S3	0	0	16	18		5	1
تقاضا	0	0	15	15			
وریانس	0	0	20.66667	14.88889			

	D1	D2	D3	D4		عرضه	واریانس
S1	0	0	0	**11**		0	0
S2	0	0	0	20		10	0
S3	0	0	0	18		5	0
تقاضا	0	0	0	15			
واریانس	0	0	0	**20.25**			

	D1	D2	D3	D4		عرضه	واریانس
S1	0	0	0	**0**		0	0
S2	0	0	0	20		10	0
S3	0	0	0	**18**		5	0
تقاضا	0	0	0	15			
واریانس	0	0	0	**1**			

بنابراین حل محسوس اساسی اولیه آن طور ذیل خواهد بود.

	10	15	2		20	0	11
	12		7	15	9	10	20
5	4		14		16	5	18

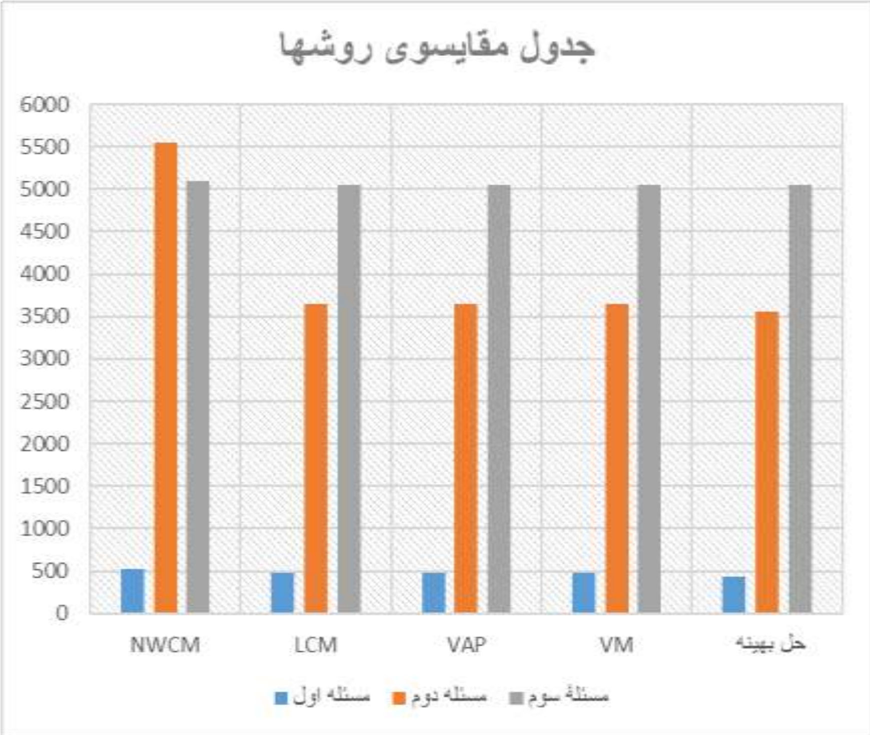
قیمت تابع هدف بدست آمده از این متحولین برابر است به:

$$z = ۱۵(۲) + ۰(۱۱) + ۱۵(۹) + ۱۰(۲۰) + ۵(۴) + ۵(۱۸) = ۴۷۵\ \$$$

در جدول ذیل، حل بدست آمده از روشهای متفاوت را برای سه مسئله در مقایسه به روش پیشنهادی وریانس مورد ارزیابی قرار داده ایم.

شماره	روش ها	مسئله اول	مسئله دوم	مسئلهٔ سوم
1	NWCM	520	5550	5100
2	LCM	475	3650	5050
3	VAP	475	3650	5050
4	VM	475	3650	5050
5	حل بهینه	435	۳۵۰۰	5050

در گراف ذیل، کمترین هزینهٔ مسئله ترانسپورتی را برای چهار روش فوق الذکر و حل بهینه آنرا می بینید.



نتیجه گیری:

از جدول مقایسوی روشها دیده می شود که روش پیشنهادی وریانس[1] با روش تخمینی ووگل[2] برابری می کند. در مثال اول، روش VM نظر به روش نقاط گوشهٔ شمال غرب[3]، هزینه ترانسپورتی کمتری را نتیجه می دهد. در مثال سوم، حل بدست آمده از روش پیشنهادی وریانس، حل بهینه است. برای حل بهینهٔ بدست آمده در جدول مقایسوی، از روش stepping stone و Excel Solver استفاده شده است. محاسبات در جدول مقایسوی روشها بالای سه مدل ترانسپورتی متعادل، انجام گرفته اند. می توان بجای این روش از محاسبات احصائیوی دیگری مانند انحراف معیاری نیز استفاده نمود که حل محسوس اساسی آن با حل محسوس اساسی بدست آمده از روش وریانس، یکسان خواهد بود. ولی با آن هم، در الگوریتم ها این روش نسبت به روش تفاوت از انحراف معیاری[4]توصیه می شود و دلیل آن میزان CPU time کمتر آن برای محاسبات می باشد.

---

[1] VM (Variance Method)

[2] VAM (Vogel's Approximation Method)

[3] NWCM (North West Corner Method)

[4] Difference From Standard Deviation

منابع:

[1] J. Ravi, S. Dickson, R. Akila and K. Sathya, An Optimal Solution for Transportation problem DFSD (2019), Pp 10.

[2] Hillier, Introduction to operations research, 9th, 2010, p 1049.

[3] A. Taha, Hamdy, Operations Research, an introduction (2007), p 194-134.

[4] Kirca, O. and A. Satir, 1990. A heuristic for obtaining an initial solution for the transportation problem. Journal of Operational Research Society, 41(9): 865-871.

[5] Raghavendra, B.G. and M. Mathirajan, 1987. Optimal allocation of buses to depots, a case study, Operations research, 24(4): 228-239.

[6] S. Aramuthakannan at el, Revised Distribution Method of finding Optimal Solution for Transportation Problems, IOSR Journal of Mathematics, 4 (5), 2013, 39-42.

[7] Prem Kumar Gupta, D.S.Hira, Operations Research, Edition, 2007.

[8] J.K Sharma, Operation Research Theory and Applications, 5th Edition, 2013.

[9] A. Charnes and W.W. Cooper, the stepping stone method for explaining linear programming: calculation in transportation problems, Management Science, Vol. 1, pp 49-69.

[10] H. L. Bhatia, K. Swaroop and M. C. Puri, A procedure for time minimization of the cost of transportation problem, Open Journal of pure and applied Mathematics, Vol. 8, pp 920-929.